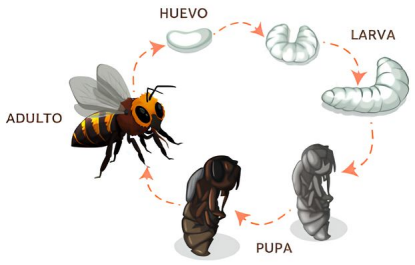
Dinámicas poblacionales de una colonia de Apis Mellifera

BARRIOS, Melani[1,2]; BRAVO, Daiana[1]; GHIOLDI GAHONA, Fernando[1]; REYERO, Gabriela[1]

[1]Departamento de Matemática, ECEN - EFB, FCEIA, UNR

[2] CONICET /ferg@fceia.unr,edu.ar

INTRODUCCIÓN



C: Número de abejas crías

O: Número de abejas colmeneras (obreras adultas jóvenes)

R: Número de abejas recolectoras (obreras adultas mayores)

f: Cantidad de alimento = Polen + Néctar

$$\begin{cases} D^\beta C(t) &= L\dfrac{f^2}{f^2+b^2}\dfrac{O}{O+v} - (\phi_0 + m_C)C \\ D^\beta O(t) &= \phi_0 C - \left(\alpha_{\min} + \alpha_{\max}\dfrac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\dfrac{R}{R+O}\right)O - m_O O \\ D^\beta R(t) &= \left(\alpha_{\min} + \alpha_{\max}\dfrac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\dfrac{R}{R+O}\right)O - m_R R \\ D^\beta f(t) &= cR - \gamma_C C - \gamma_A(O+R) \\ C(t_0) &= C_0,\ \ O(t_0)=O_0,\ \ R(t_0)=R_0,\ \ f(t_0)=f_0. \end{cases}$$

Definición: La **derivada fraccionaria de Caputo** de orden $\beta \in (0,1]$ en *u* viene dada por:

$$D^\beta u(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)}\int_0^t (t-\tau)^{-\beta} u'(\tau)\,d\tau$$

OBJETIVOS

- Comprensión del ciclo de vida de una abeja.
- Estudio de existencia y unicidad de solución.
- Análisis de estabilidad sensible a m_R.
- Programación de métodos numéricos que permitan estimar la solución de los modelos planteados.

METODOLOGÍA Y MÉTODOS

Existencia y unicidad de solución : Para $\beta \in (0,1]$, $t \in [0,T]$ el problema de Cauchy planteado tiene única solución.

Puntos Críticos o de Equilibrio: $u_1 = (0,0,0,0)$ y $u_2 = (0,0,0,f)$ son puntos de equilibrio que representan la extinción. Otro punto crítico es u_3:

$$\left(\frac{m_O P + m_R}{\phi_0}R,\ PR,\ \frac{L\phi_0 f^2}{(f^2+b^2)(m_O P+m_R)(\phi_0+m_C)} - \frac{v}{P},\ b\sqrt{\frac{\alpha_{max}}{\frac{m_R}{P} - \alpha_{min} + \frac{\sigma}{1+P}} - 1}\right)$$

donde $P = \dfrac{(c-\gamma_A-\gamma_C\frac{m_R}{\phi_0})}{(\gamma_A+\gamma_C\frac{m_O}{\phi_0})}$

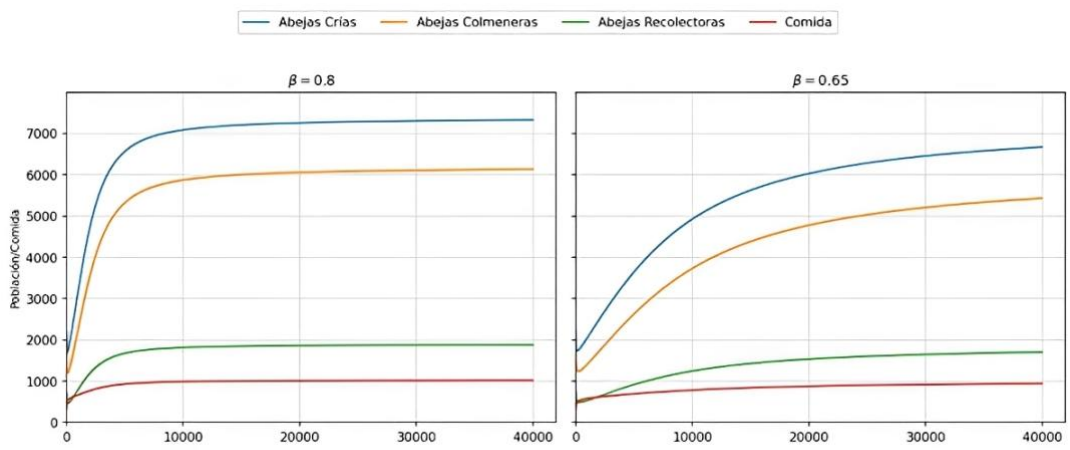
¿Cuándo tiene sentido biológico y cuándo es asintóticamente estable?

RESULTADOS y DISCUSIÓN

Comparación del rango viable de m_R

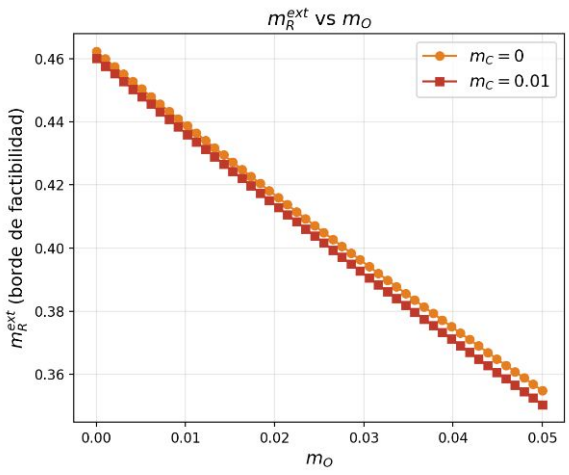
$(m_C,\ m_O)$	Rango de m_R	Ancho	m_R^{ext}
(0, 0)	[0.4035, 0.4612]	0.0577	0.4624
(0, 0.01)	[0.3709, 0.4386]	0.0677	0.4392
(0.01, 0)	[0.4035, 0.4586]	0.0551	0.4602
(0.01, 0.01)	[0.3709, 0.4361]	0.0652	0.4365

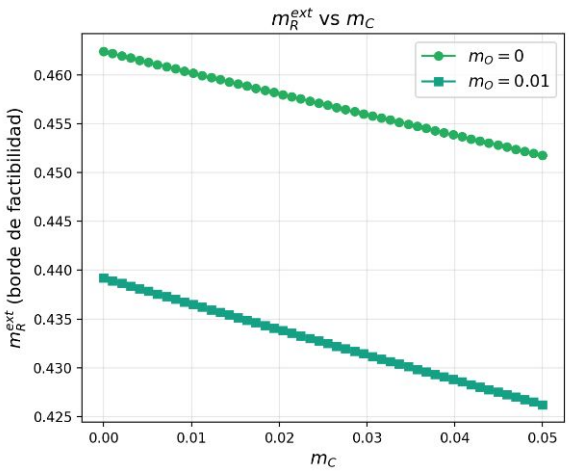
Simulación temporal



$u_3 = (C = 7400.7, O = 6216.8, R = 1900.3, f = 1027.7)$

m_R^{ext} respecto a m_O y m_C





- $\Delta m_O = 0.01$ reduce m_R^{ext} en un 5.0%.
- $\Delta m_C = 0.01$ lo reduce solo un 0.5%.
- La **mortalidad** de colmeneras pesa mucho más sobre la viabilidad de la colonia que la de las **crías**.

CONCLUSIONES

- Vimos que para $\beta \in (0,1]$ y variando m_R , no existe m_R crítico. Es decir, que si u_3 existe, siempre será estable.
- Las implementaciones numéricas muestran que m_O tiene un impacto mucho mayor que m_C sobre la viabilidad de la colonia. Con ambas mortalidades aumentadas simultáneamente la caída es de 5.6%, sugiriendo que los efectos de m_O y m_C son casi aditivos.

REFERENCIAS

Diethelm, K. (2010). *The analysis of fractional differential equations: An application-oriented exposition using differential operators of Caputo type*. springer.

Khoury, D. S., Barron, A. B., & Myerscough, M. R. (2013). Modelling food and population dynamics in honey bee colonies. *PloS one*, *8*(5), e59084.