

Paradoja de los gemelos en un espacio tiempo curvo

Paradoja de los gemelos en un espacio tiempo curvo

CASTELLINI Horacio¹;

¹Facultad de Ciencias Exactas ingeniería y Agrimensura U.N.R Pellegrini 250 Rosario/ hcaste@fceia.unr.edu.ar

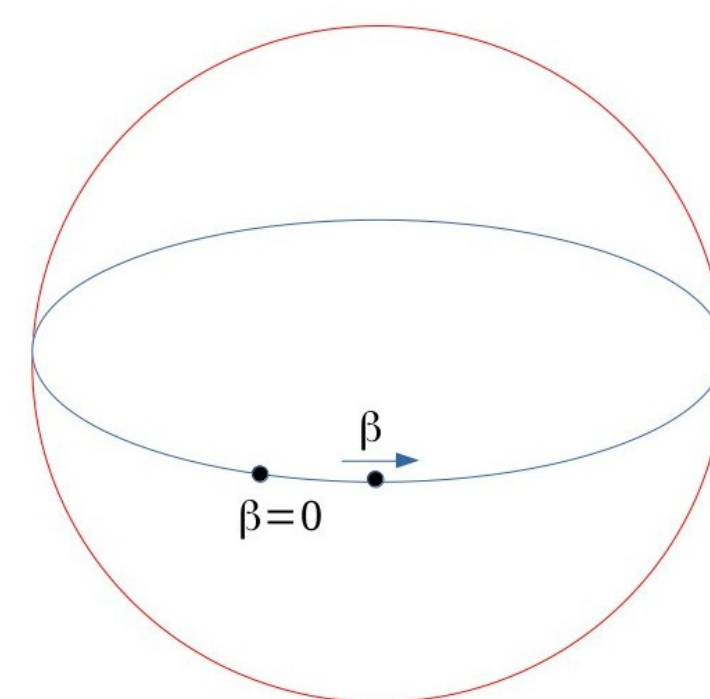
Palabras claves: *Relatividad General; Paradoja; Universo de Juguete.*

INTRODUCCIÓN

La paradoja de los gemelos, uno de los experimentos mentales más famosos y a menudo malinterpretados de la relatividad especial, constituye un pilar fundamental para comprender la naturaleza elástica del tiempo y el espacio. En su formulación original, popularizada por Paul Langevin, la paradoja postula una situación en la que un gemelo, Alfa, permanece en la Tierra, mientras que su hermano, Beta, emprende un viaje espacial a una velocidad cercana a la de la luz. Cuando Beta regresa, descubre que, a pesar de haber experimentado el mismo tiempo subjetivo, ha envejecido menos que Alfa. Esta conclusión, que a primera vista parece contradictoria, desafía nuestra intuición cotidiana sobre la uniformidad del tiempo. La dificultad radica en que la relatividad especial postula que el movimiento es relativo; si Beta ve a Alfa alejarse y regresar, ¿por qué no podría Alfa ver a Beta haciendo lo mismo, y por ende, concluir que Alfa es el que debería envejecer menos? La clave, y lo que convierte a este experimento en una paradoja solo aparente, reside en que el viaje de Beta no es simétrico. A diferencia de Alfa, que permanece en un marco de referencia inercial durante casi todo el tiempo, Beta debe acelerar, desacelerar y cambiar de dirección para regresar. Es la aceleración, y no la velocidad constante en sí misma, lo que rompe la simetría y produce la diferencia de tiempo, un fenómeno conocido como **dilatación del tiempo**.

METODOLOGÍA

La propuesta que presentas aborda esta misma paradoja desde una perspectiva novedosa, situándola en un contexto geométrico y dimensional más complejo. Al plantear el experimento en un espacio-tiempo estacionario restringido a la superficie de una **esfera de 5 dimensiones**, se elimina la necesidad de las aceleraciones convencionales del viaje espacial para romper la simetría. El enfoque propone un espacio-tiempo de 1+3 dimensiones, es decir, una dimensión temporal y tres espaciales, que está intrínsecamente inmerso en un espacio-tiempo más vasto y complejo de 1+4 dimensiones. En este modelo, el gemelo Alfa, que permanece en reposo, se ubica en el ecuador de esta hiperesfera. Su gemelo, Beta, viaja a una velocidad constante a lo largo del mismo ecuador, recorriendo una trayectoria curva pero en un marco de referencia localmente plano. A pesar de que el espacio-tiempo globalmente no es plano, la geometría local en la que se desarrolla el experimento es la clave. Es este el punto crucial: la dilatación del tiempo se verifica incluso en ausencia de los campos gravitacionales intensos o las aceleraciones bruscas que a menudo se asocian con este fenómeno. Ambos gemelos sincronizan sus relojes al comienzo de la travesía.



Considero una esfera en 4D, dos observadores uno quieto en el ecuador y otro móvil en este a velocidad constante

$$r = \begin{pmatrix} t \\ \chi \\ \theta \\ \varphi \end{pmatrix}$$

$$x^2+y^2+z^2+w^2=R^2$$

$$dS^2 = -dt^2 + R^2 d\chi^2 + R^2 \sin^2(\chi) (d\theta^2 + \sin^2(\theta) d\varphi^2)$$

Las ecuaciones de las geodésicas son:

En el ecuador:

$\chi=\theta=\pi/2$

$$\frac{d^2 t}{d\tau^2} = 0$$

$$\frac{d^2\chi}{d\tau^2} - 1/2 \sin(2\chi) \left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 - 1/2 \sin^2(\theta) \sin(2\chi) \left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2 = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2 \operatorname{ctg}(\chi) \frac{d\theta}{d\tau} \frac{d\chi}{d\tau} - 1/2 \operatorname{sen}(2\theta) \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right) = 0$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + 2\operatorname{ctg}(\chi)\frac{d\varphi}{d\tau}\frac{d\chi}{d\tau} + \operatorname{ctg}(\theta)\frac{d\varphi}{d\tau}\frac{d\theta}{d\tau} = 0$$

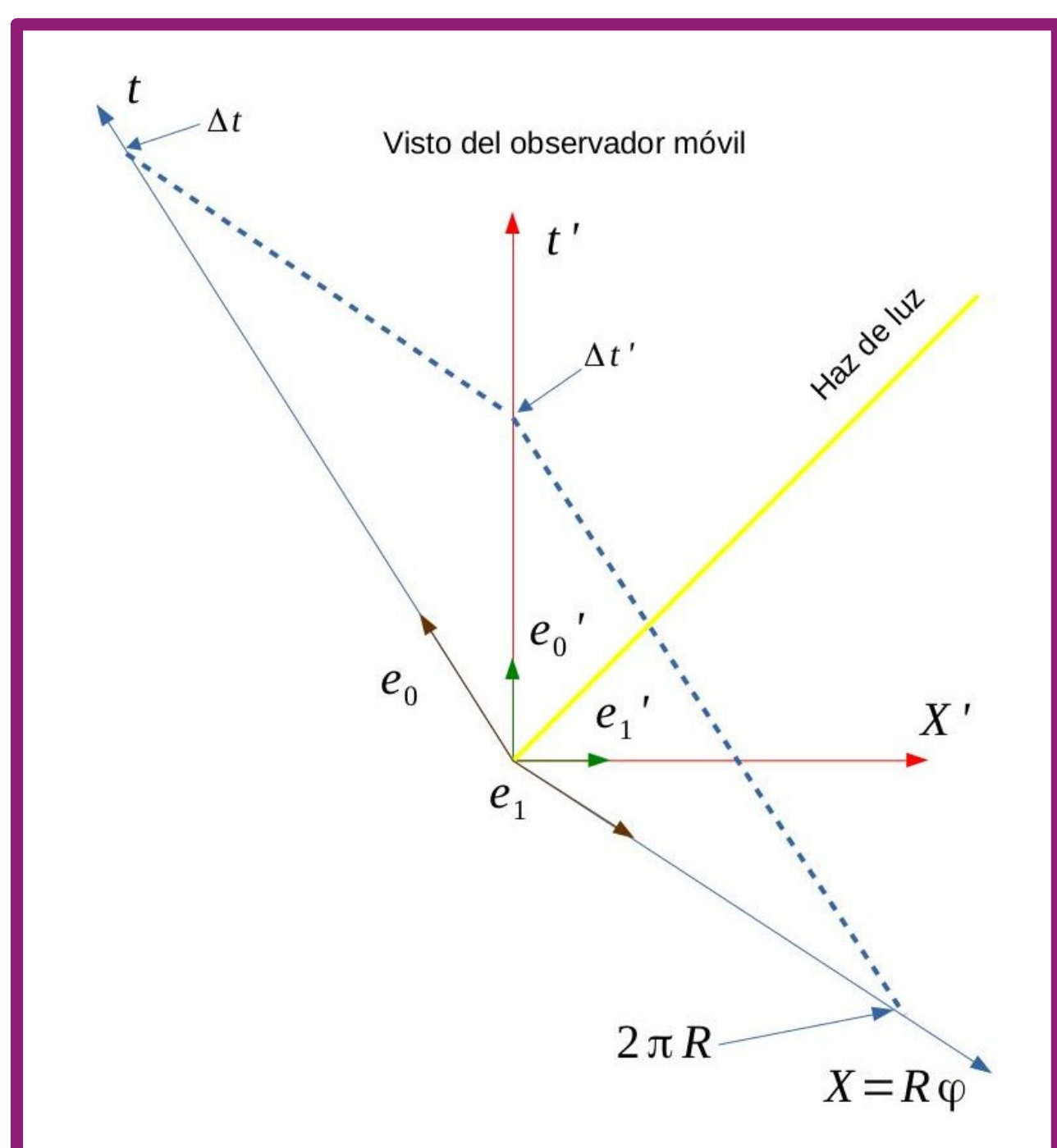
$$\frac{d^2 t}{d\tau^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} = 0$$

$$\text{► } dS^2 = -dt^2 + R^2 d\varphi^2$$

Esto corresponde a un folio de espacio-tiempo plano

RESULTADOS y DISCUSIÓN



$$dS^2 = -dt^2 + R^2 d\varphi^2 \begin{cases} \rightarrow t(\eta) = \tau sh(\eta) \\ \rightarrow R\varphi(\tau) = \tau ch(\eta) \end{cases} \rightarrow \beta = R \frac{d\varphi}{dt} = th(\eta)$$

$$\Delta t' e_0' = \Delta t e_0 + 2\pi R e_1$$

$$\Delta t' \gamma(e_0 + \beta e_1) = \Delta t e_0 + 2\pi R e_1$$

$$e_0' = \gamma(e_0 + \beta e_1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta t' = \Delta t / \gamma$$

$$\rightarrow \Delta t' < \Delta t$$

CONCLUSIONES

A diferencia del viaje de ida y vuelta en línea recta de la formulación original, aquí la trayectoria de Beta es una curva cerrada en la superficie de la hiperesfera. La comparación final de los relojes revela que, al igual que en la paradoja original, **Alfa ha envejecido más que Beta**. Esta reformulación es particularmente intrigante porque desafía la idea de que la dilatación del tiempo es un fenómeno exclusivo de los marcos inerciales en movimiento relativo o de los efectos gravitacionales masivos de la relatividad general.